Gymnázium Thomase Manna

ROČNÍKOVÁ PRÁCE

Matematické značky – jejich význam, historie, a budoucnost

Filip Troníček

Vedoucí práce: Bc. Adrián Majoros

Ročník: 7.

Školní rok: 2022/2023

Obsah

0 Citační styl a protokol pro poznámky pod čarou

Ještě před úvodem bych rád uvedl formát této práce pro zamezení možného zmatku. Formát je inspirován otevřenou encyklopedií Wikipedie, která vnímá dva typy poznámek pod čarou: **poznámky** a **reference**. Poznámky text v mé práci doplňují – jsou tu vysvětlivky, humorné příspěvky a zasazování do kontextu. Reference zase k textovým pasážím přidávají zdroje a dávají informacím v něm kredibilitu[1]. Reference se značí číslem s horním indexem a korespondují s jejich ordinálním pořadím v seznamu Zdrojů; například první zdroj v seznamu zdrojů se podle tohoto protokolu značí jako[1]. Podobně je také v práci odkazováno na přílohy: [příloha 1].

[1] Alespoň to jest jejich účel; ozdrojovaný text nespolehlivými zdroji není zdaleka žádná výhra.

1 Úvod

Pro psanou komunikaci[2] používá většina západního světa stejný zápis písmen – to tedy nadstavbu latinky, která nese název “humanistické písmo”. Používá ji asi 2,5 miliardy mluvčích[1] a v naší kultuře ji považujeme za samozřejmost. Co možná ale dokáže překvapit je skutečnost, že na světě existuje styl zápisu výrazů a vztahů mezi nimi, který je celosvětově zcela univerzální: matematická notace.

Matematická notace je univerzální jazyk nejen matematiky, ale i vědy a inženýrství. Tento styl zapisování je tzv. exaktní, což znamená, že nenechává místo pro interpretaci[3], narozdíl od přirozených jazyků.

1.1 Cíl práce

Cílem práce je přiblížit čtenáři pojem matematických značek, včetně popsání jejich historie, jejich částečnou kategorizací a analýzu některých z nich. Zároveň čtenáři poskytne náhled do digitálního zpracování tohoto jazyka vědy a jeho nynějšího distribučního média.

[2] Tím je myšlena komunikace s použitím složitějších symbolů než piktogramů jako jsou dopravní značky nebo emotikony.
[3] V jiných slovech: romantickou poezii v ní nenapíšete.

2 Jak jsme se sem dostali

Matematiku zapisuje lidská rasa už velmi dlouho. Zároveň v její historii najdeme dobu, kdy různorodé matematické koncepty již vyžadovaly komunikaci staletí před jejich prvním zápisem.

2.1 Řečnická doba matematické komunikace

Matematika v dobách antického Řecka, starověkých Babyloňanů či počátků civilizace v Číně (obecně před 1000 př. n.l.) se komunikovala místo grafiky rétorikou. V této době ještě neexistuje nic jako teoretický problém, protože koncepty v matematice jsou využívány jen na řešení praktických problémů: například geometrie začíná v počítání rozměrů a vzdáleností a algebra nachází své počátky v aritmetických problémech[4][3][7].

Později v této době se matematika také začala zapisovat. Začátky zápisu čísel vůbec přiřazujeme rytí značek do kamene či dřeva, kde každá z čárek představovala jednu jednotku. Tato praktika byla používána v mnoha kulturách a byla napříč nimi velmi podobná[5] – to zajisté přispívá k tomu, že čárky používáme na některých místech dodnes (například pro počítání skóre na amatérských sportovních zápasech, nebo ve stereotypickém prostředí pro vězně, kteří si tak značkují počet dnů, které ve vězení již strávili). [příloha 1]

2.1.1 Mezopotámie

Asi 2000 let př. n. l. začali obyvatelé tamější Mezopotámie zapisovat číslice tzv. klínopisem[6]. Tento systém používá místo našich tradičních desíti číslic jenom dvě:  pro zápis jednotek a  pro zápis desítek, což dělá jejich zápis podstatně jednodušší na naučení[11][12]. Pomocí těchto dvou číslic dokážeme zapsat číslo až 60[příloha 2] (sexagesimální neboli šedesátková soustava), přičemž se dají velmi jednoduše zapsat i čísla mnohem větší:

[4] Pro naše účely je tento příklad asi nejpředstavitelnější: matematika byla nutná pro počítání v obchodu a vyměňování zboží a dalších každodenních záležitostech.

[5] Jedna jednotka byla vždy takřka stejná, ale při zapisování více než jedné mají různé kultury rozdílné přístupy k zjednodušení jejich čtení. Například v Evropě a jižní Africe funguje systém počítacích značek jejich zapisováním svisle, vedle sebe a při každém násobku pětky využijeme čárku na přeškrtnutí předchozích čtyř, což velmi zjednodušuje sčítání do čísel.

[6] Někdy jen “klínové písmo”

pokud si čísla nějak oddělíme (čárkou, mezerou apod.), můžeme členy spočítat následujícím vzorcem:

$$\sum_{i=0}^{n} d_i \times 60^i$$

kde n je nejvyšší pořadová hodnota pozice, d_i je číslice na i-té pozici (přičemž pro nejpravější pozici platí, že $i = 0$) a 60^i představuje mocninu 60 přiřazenou této pozici. Kupříkladu sexagesimální číslo 1, 35, 25, 30 lze vyjádřit jako:

$$1 \times 60^3 + 35 \times 60^2 + 25 \times 60^1 + 30 \times 60^0 = 343\,530$$ [7]

Tento vzorec vyjadřuje babylonskou sexagesimální poziční soustavu a lze jej použít k převodu libovolného sexagesimálního čísla na jeho dekadický ekvivalent.

2.1.2 Starověký Egypt

Ještě dříve než v Mezopotámii, se kolem 3. tisíciletí před Kristem začala matematika zapisovat ve Starověkém Egyptě. Zde používali dekadický neboli desítkový systém, ve kterém měli speciální hieroglyfické symboly nejen pro celá čísla (10, 100, 1000, 10 000 a 100 000), ale i pro zlomky (½, ⅓, ⅔, ¼ a ⅕)[5][13].

2.1.3 Značení v Řecku

Jako jedno z prvních písmenných zápisů v Řecku se používalo dosud nerozluštěné Lineární písmo A[47] a již rozluštěné Lineární písmo B[48]. Tyto zápisy používaly symboly dle následující tabulky:[49]

Symbol	Číslo (des. soustava)
|	1
–	10
◦	100
¤	1 000

[7] Příklad na Woflram Alphě

☼	10 000

Tento systém později nahradily akrofonické attické číslice, které začaly používat písmena řecké abecedy pro číselnou reprezentaci. Systém fungoval velmi podobně k systému římských číslic (dokonce poněkud jednodušeji): máme k dispozici písmena pro čísla začínající pětkou či jedničkou a můžeme je kombinovat pro arbitrární počty:[49]

Symbol	Číslo (des. soustava)
Ι	1
Π	5
Δ	10
ΠΔ	50
Η	100
ΠΗ	500
Χ	1 000
ΠΧ	5 000
Μ[8]	10 000
ΠΜ	50 000

2.2 Synkopická fáze

V průběhu středověku, zhruba do 10. století našeho letopočtu, nastala ve vývoji matematiky tzv. synkopická fáze. Tato fáze byla obdobím, kdy se matematika postupně přesouvala z antických center do nově vznikajících univerzit a studijních institucí. Ve středověké Evropě se během synkopické fáze začaly objevovat nové matematické koncepty a metody, které byly inspirovány znalostmi získanými z arabského světa a Indie. Matematický vývoj probíhal zejména v oblasti algebry, trigonometrie a geometrie.

[8] Zde je zajímavý rozdíl mezi římským a řeckým systémem: M v římské soustavě reprezentuje 1 000, přičemž zde reprezentuje 10 000. M v římském pojetí totiž pochází z latinského *mille* a v řeckém ze slova *μύριοι* (nesčetný).

2.2.1 Al-Chorezmí a algebra

Perský matematik a astronom Al-Chorezmí (780–850 n.l.) představuje jednu z klíčových postav synkopické fáze. Jeho dílo *Hisáb al-džabr wa-l-muqábala* se stalo základem pro vývoj algebry a přineslo první systematické řešení lineárních a kvadratických rovnic. Slovo "algebra" je odvozeno od arabského slova "al-jabr", které znamená "řešení" nebo "spojení".[54]

2.2.2 Indie a číslice

Indická matematika přinesla významné inovace, mezi nimiž stojí za zmínku vynález indických číslic (1, 2, 3, ...), které se později staly základem pro dnešní **hindsko-arabskou číselnou soustavu**. Ta byla původně složena z devíti symbolů: 1 až 9, přičemž 0 se začala používat později, nejprve v bakhshalském rukopisu[16].

2.2.3 Fibonacci a středověká Evropa

V Evropě sehrál významnou roli v šíření arabské matematiky italský matematik Leonardo Fibonacci (1170–1250). Jeho kniha "Liber Abaci" (Kniha počítání) z roku 1202 zpopularizovala používání hindsko-arabských číslic v Evropě a představila řadu nových matematických konceptů a technik, jako například Fibonacciho posloupnost.

2.2.4 Modernější Řecko

Před tím, než se v Řecku objevily arabské číslice (kolem 15. století), byl systém attických číslic nahrazen za iónský[9], který používal řeckou abecedu pro substituci všech jednotek[10], desítek a stovek. To znamená, že tento systém využil všech 27 písmen tehdejší abecedy a mohl si velmi jednoduše poradit s čísly pod jeden tisíc.

Zápis vyšších čísel byl také možný: jednotky se často používaly jako násobek tisíců (tisíc definovala čárka[11] před nimi): "͵α" byl tisíc jeden, "͵ β" tisíce dva.[51]

[9] V některých kontextech je používán dodnes[51]
[10] Vyjma nuly
[11] Doopravdy to není čárka, ale *levá keraia*[49] a má v znakové soustavě Unicode svůj vlastní znak: *U+0375*

2.2.5 Čínský zápis

Čínský matematický zápis má bohatou historii a systém *huāmǎ* se stále používá pro uvádění cen na trzích a v tradičních fakturách. Čínská matematika vznikla kolem 11. století př. n. l. a přinesla významné objevy, jako jsou záporná a desetinná čísla, dvojková soustava, algebra, geometrie, nebo trigonometrie[12].

Starověká čínská matematika se zaměřovala především na praktické aplikace, například na zdokonalení zemědělského kalendáře. Pokroky byly dosaženy v oblasti vývoje algoritmů a algebry, kdy čínská algebra dosáhla svého vrcholu ve 13. století, což byla doba, ve které Zhu Shijie předvedl svou metodu čtyř neznámých[13].[3]

Ačkoli se čínská matematika a starověká středomořská matematika pravděpodobně vyvíjely nezávisle, díky známé kulturní výměně docházelo k určité výměně myšlenek. Například znalost Pascalova trojúhelníku existovala v Číně již několik století před Pascalem.[3]

Za dynastie Sung (960-1279)[52] se v Číně začala rozvíjet trigonometrie, přičemž byl kladen důraz na sférickou trigonometrii v kalendářní vědě a astronomických výpočtech. Vlivnými matematiky a astronomy, kteří přispěli k rozvoji trigonometrie v Číně, byli Šen Kua a Kuo Šou-ťing. Ve 13. století se do čínské matematické vědy začlenily práce a učení arabských misionářů, kteří do Číny přinesli znalosti sférické trigonometrie.[3]

[příloha 3]

2.3 Symbolická fáze

Po synkopické fázi se nacházíme ve stejné fázi, která pokračuje do 21. století. V této době matematického "novověku" se shledáváme s prvopočátky a pokračování matematického zápisu, který používáme dodnes. V průběhu této přes milénium-dlouhé doby se v oblasti

[12] "Objevy", protože informace se ještě tak rychle celosvětově nešířily, takže různé matematické koncepty byly objeveny na více místech nezávisle na sobě.
[13] Jade Mirror of the Four Unknowns – Wikipedia

matematiky vytvořily stovky[14] různých objevů a převratů, které jsou pro naši dobu klíčové.[15]

[14] Příklady různých důležitých poznatků z této doby jsou na Wikipedii. Jenom v tomto článku jich je vyjmenováno 246.
[15] Ano, ironii o tom, že ta nejzajímavější doba má jen jeden odstavec chápu, nicméně se v další kapitole zabýváme skoro jenom s ní. Časové a pravidlové meze této práce nám na tuto éru bohužel nedaly čas.

3 Analýza různých symbolů

V moderní matematice najdeme symbolů opravdu mnoho, a proto je lepší u nich zavést jednoduchou taxonomii. I samotných kategorií je ale pro naše účely trochu moc a následuje výčet jejich zkrácené a upravené verze[16].

3.1 Operátory aritmetiky

Mezi nejzákladnější symboly, které v oboru matematiky rozeznáváme, se řadí aritmetické operátory. Do této kategorie patří ty nejpoužívanější symboly, se kterými se setkáváme i v ne-matematických prostředích každý den.

3.1.1 + a -

Znaménko pluska má dva hlavní významy: jednoduché aritmetické sčítání dvou symbolů, nebo jako denotace absence zápornosti[17].

Znaménko mínus značí opak sčítání – odčítání. Stejně jako plus se používá k denotaci (tentokrát přítomnosti) zápornosti. Původ těchto znamének není zcela jasný[19], ale jako jedno z prvních děl, které je zmiňuje, jest *Algorismus proportionum* od Mikuláše Oresma. Znaménko + mělo v této době zkracovat latinské slovo pro spojku "a", *et*, které se zkracovalo jen na písmeno t, připomínající dnešní sčítací značku.

3.1.2 ·, ×, ÷, :, a /

Symboly pro násobení (· a ×) jsme oba dostali v 17. století: symbol × se prvně objevil v anonymním dodatku překladu od Edwarda Wrighta díla Johna Napiera o logaritmech: *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*[17][18]. *"Tečku jako symbol pro násobení zavedl G. W. Leibniz. Dne 29. července 1698 napsal v dopise Johnu Bernoullimu: "Nemám rád X jako symbol pro násobení, protože se snadno zaměňuje s x; ... často prostě spojuji dvě veličiny pomocí vložené tečky a označuji násobení ZC · LM. Proto při označování poměru*

[16] Tato sekce je převážně zaměřena na symboly, se kterými je nejspíše čtenář již seznámen. Poučování čtenáře o novém symbolu a následném poukázání na jeho historii ztrácí smysl a zájem o tato historická data, když čtenář o symbol neměl zájem předem. Významně zde chybí znaky týkající se pravděpodobnosti, kalkulu, lineární algebry, trigonometrie a geometrie.

[17] U záporných čísel zápornost vždy určujeme znaménkem mínus (-), ale u nezáporných hodnot se většinou neudává.

nepoužívám jednu tečku, ale dvě tečky, které zároveň používám pro dělení."" (Cajori, 1928/2013, s. 267)

Značky pro operaci opačnou násobení, dělení, je podstatně více. Možná první psaný zápis dělení používal značku zavřené jednoduché závorky –)[18], i když tento zápis se jako jeden z mála neuchytil. V Česku používáme převážně symbol **:**, který se pro dělení prvně objevil v roce 1684[18]. Více světově známý symbol dělení, ÷**[19]** byl prvně použit v díle *Teutsche Algebra* z roku 1659[18][20]. V 18. století se začal používat symbol horizontálního i diagonálního lomítka[21], z kterého se vyvinuly i značky pro procenta (%), promile (‰) a bazického bodu (‱)[23]. [22]

3.1.3 Ostatní aritmetické značky

Zbylé základní značky jsou značky mocnin a odmocnin. Mocniny tak jak je značíme dnes (superskriptem jako x^2) začal poprvé používat René Descartes v díle *La Geometrie* (1637)[22][23][18].

Pro odmocňování používáme převážně značku $\sqrt{\ }$[24]. Před ní se jako denotace odmocnin používalo písmeno **R** a když v roce 1525 Christoph Rudolff použil poprvé znak $\sqrt{\ }$, bylo to bez vodorovné čáry nad odmocninovým obsahem[25][18].

Znaménko pro "plus mínus", ±, vytvořil William Oughtred pro jeho spis *Clavis Mathematicae (1631)*.

3.2 Značky číselných vztahů

Pro porovnání dvou nebo více čísel můžeme použít vztahové operátory. Nejzákladnější znaménko z této kategorie je znaménko =. Tento symbol byl zveřejněn poprvé v roce 1557 a byl popsán Robertem Recordem jako "pár rovnoběžek".[24]

[18] Například 24)3 = 8.
[19] Tomuto znaku se říká *obelos*.
[20] Tento symbol je ale kvůli jeho chybějící univerzálnosti podle standardu ISO 80000-2 nedoporučován.
[21] Značka je také známá jako *solidus* nebo diagonála.
[22] Mocniny jsou v tomto ohledu velmi zajímavé: neznačíme je symbolem, ale velikostí písma. V některých kontextech se také pro mocnění používá značka ^.
[23] Historii mocnění samotného hezky popisuje stránka History of Exponents | Sutori.
[24] Neplést s ✓.
[25] Tuto vodorovnou čáru, latinsky *vinculum* přidal odmocninám ve stejném díle jako formát pro moderní mocniny Descartes.

Pro popsání jakékoliv nerovnosti používáme ≠[26]; pro nerovnost určující “není větší než” používáme ≯ (a opačné ≮).[27]

Za zmínku stojí samozřejmě i symboly pro větší než, >, větší nebo rovno ≥, a jejich protějšky menší než, < a menší nebo rovno, ≤.[28]

Při počítání s měřeními z reálného světa nebo komplexnějšími matematickými koncepty[29] se často používá aproximace[30][25]. Ta se obecně značí znaménkem ≈, které značí, že si jsou dvě čísla skoro rovná[31]. S aproximací souvisí i zaokrouhlování (≐), přičemž schválně snižujeme přesnost čísla pro jednodušší nakládání s ním[32].

Pokud si opravdu nevíte rady a chcete, aby vaše rovnice platila za pomocí jenom jednoho znaku, můžete použít ⋚, či ⋛ (méně než, více než, nebo rovno a více než, méně než, nebo rovno).[33]

3.3 Značky logiky

Pro logické výroky používáme v matematice logické značky. Tyto symboly můžeme používat nejen přímo v logice, ale i třeba v geometrii (symboly ∃ pro “existuje”, ∀ pro “pro všechny”[34]).

3.3.1 Podobnosti se symboly teorie množin

Podobnosti symbolů napříč matematikou nenajdeme v kontrastu s výrokovou logikou jen u geometrie. Symboly podobné, nikoliv stejné, můžeme najít v teorii množin.

- **Průnik** (∩ / *AND*): Průnik dvou množin A a B, značený jako A ∩ B, je množina obsahující všechny prvky, které jsou součástí jak množiny A, tak množiny B.

[26] Pro podobné účely můžeme použít i znaménka “více, nebo méně než” – ≷, a také “méně, nebo více než” – ≶.
[27] Sem se dají ještě zařadit symboly ≨ (ne méně, ale ne rovno) a ≩ (ne více, ale ne rovno).
[28] K nim můžeme také zařadit symboly mnohem více než (≫) a mnohem méně než (≪), i když jejich přesný význam není úplně jasný[zdroj]. Tyto symboly nám většinou říkají, že jedno číslo se nezanedbatelně liší od toho druhého a většinou tak spadají pod jinou řádovou velikost.
[29] Aproximace se může hodit při pracování s iracionálními čísly (třeba ***π*** nebo Ɛ) a odmocninami (například √2)
[30] Česky také přibližnost.
[31] Značka vznikla v roce 1892 a zavedl ji Alfred George Greenhill. [14]
[32] Za tento symbol můžeme poděkovat německému matematikovi Antonovi Steinhauserovi, který ho použil v roce 1875 v knize *Lehrbuch der Mathematik*.
[33] Samozřejmě je tento symbol používán velmi střídmě.
[34] V Polsku se místo ∀ někdy používá ∧ a ∨ místo ∃[34].

- **Sjednocení** (∪ / *OR*): Sjednocení dvou množin A a B, značené jako A ∪ B, je množina obsahující všechny prvky, které jsou součástí alespoň jedné z množin A nebo B.

Výroková logika se na druhou stranu zabývá vztahy mezi výroky (tvrzeními) a jejich pravdivostními hodnotami. Základní operace výrokové logiky zahrnují:

- **Konjunkci** (∧ / *AND*): Konjunkce dvou výroků p a q, značená jako $p \wedge q$, je pravdivá, pokud jsou pravdivé oba výroky p i q. Jinak je nepravdivá.
- **Disjunkci** (∨ / *OR*): Disjunkce dvou výroků p a q, značená jako $p \vee q$, je pravdivá, pokud je pravdivý alespoň jeden z výroků p nebo q.

3.3.2 Ostatní logické symboly

V knize *Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik* zavedl Arend Heyting pro logickou negaci znak ¬[30][31], který je pro jednodušší zápis v některých kontextech zaměňován za vlnovku (˜) nebo vykřičník (!)[35][6].

Pokud máme výrok, který vede k jinému výroku, používáme znaky jako ⇒[36] (implikace, pokud A je pravda, B také), ∴ (symbol pro "takže": $x + 1 = 10 \therefore x = 9$[38]), nebo jeho obrácenou formu, ∵ (protože)[37].

Symboly logiky jsou velmi hojně užívané i v rozsáhlých knižních dílech, jako je například *Principia Mathematica* od Alfreda N. Whiteheada a Bertranda Russella. Toto třísvazkové dílo používá symbolickou logiku pro stovky důkazů, z kterých jeden je důkaz výroku $1 + 1 = 2$. Autoři k němu ironicky dodávají, že "Výše uvedené tvrzení je občas užitečné" (Whitehead & Russell, 1910/2005, s. 86). V této trilogii se také poprvé objevují symboly p a q pro zapisování konceptů jako je podmíněná pravděpodobnost.

3.4 Ostatní značky

Do této kategorie řadím značky, které se sice používají často, ale patří do oborů, pro které to platí jen pro málo symbolů.

[35] Vykřičníkem je míněno vykřičník před číslem či výrokem. Vykřičník za výrokem se používá pro faktoriál.
[36] Šipka s dvěma rovnoběžkami byla zavedena v roce 1954 Nicholasem Bourbakim. Před ní se uvedla v roce 1922 šipka jednoduchá (→).
[37] I když symbol ∴ byl poprvé publikován v roce 1659[31], použití těchto dvou značek bylo před jejich formalizováním v 19. století velmi inkonzistentní[33].

Příkladem z těch obecnějších je suma (Σ), kterou v roce 1755 začal používat Euler[26], podobně jako značky nerovnostních vztahů, o kterých jsme se bavili pár kapitol zpátky.

Znak pro prázdnou množinu, ∅, je jeden z těch nejnovějších (zaveden až v roce 1939). Před tím, než jsme ho dostali, se prázdné množiny zapisovaly jako {}[26].

Za zapisováním konceptu nekonečna stojí John Wallis, který pro něj v 50. letech 17. století použil tzv. lemniskátu[38] – populárně nazývanou “ležatou osmičkou”: ∞. Důvod k využití zrovna tohoto symbolu není jistě známý, ale jedna z populárních teorií tvrdí, že je to prostá adaptace symbolu římského čísla pro číslo jeden tisíc: CIↃ nebo jednoduše CↃ[39][39][40].

Pokud chceme znázornit, že prvek náleží nebo nenáleží nějaké množině, používáme symbol ∈ a jeho opak ∉, které se používají od konce 19. století.[26]

3.5 Matematické konstanty

Někdy reprezentujeme i speciální čísla matematiky symboly, protože je pro některé nemožné zapsat jejich plný číselný rozvoj.

3.5.1 π

Ludolfovo číslo, zapisované minuskulou řeckého písmena pí[40] vyjadřuje poměr obvodu kruhu k jeho průměru. Jeho přibližná hodnota v desítkové soustavě je 3,14 a proto se každého 14. března slaví mezinárodní den **π**[41]. Toto řecké písmeno bylo poprvé použito podle naší dnešní definice v roce 1706 Williamem Jonesem.[44] **π** je používáno kvůli tomu, že je prvním písmenem pro slovo “obvod” v řečtině, περίμετρος[43].

3.5.2 *e*

Pro zapisování Eulerova čísla se používá malé písmeno E. Je základem přirozených logaritmů a jeho přibližná hodnota činí 2,71828.[45]

---

[38] Lemniskáta je heslo, které se neobjevuje ve slovníku spisovného jazyka českého a je odvozeno od jeho použití na různých místech na internetu – Bernoulliho lemniskáta, lemniskáta – ABZ.cz: slovník cizích slov, Lemniskáta | Slovník cizích slov.

[39] Podle autora této práce také lemniskátě napomáhá, že když půjdete po jejích křivkách, nikdy neskončíte – takže váš tah prstem či tužkou bude nekonečný.

[40] Jeho majuskula, **Π**, se používá pro zápis součinu.

[41] Den pí – Wikipedie

Písmeno sice zavedl Euler, ale neoznačuje první písmeno jeho příjmení: přesný původ písmena není známý.[44]

3.5.3 ϕ

Malé řecké fí, nazývané také "zlatý řez" označuje poměr, který *"vznikne rozdělením úsečky na dvě části tak, že poměr větší části k menší je stejný jako poměr celé úsečky k větší části"* (Přispěvatelé projektů Wikimedia, 2023). Tento poměr se dá vyjádřit jako následující rovnice:

$$\varphi = 1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$ [46]

Původ používání fí pro označení zlatého řezu je sporný. Některé zdroje uvádějí, že se "fí" začalo používat na počátku 20. století na počest řeckého sochaře Feidia, který zlatý řez hojně používal ve svých dílech.[44][46]

3.6 Znaky číselných oborů

I když čísla byla označována již dříve, od konce 19. století používáme naše moderní jednopísmenné zkratky pro různé číselné obory, psané převážně zdvojeným písmem[42]. Tyto zkratky začaly písmenem $\mathbb{N}$ (dříve J[42]) pro přirozená čísla a písmenem $\mathbb{Q}$ pro čísla racionální (obě zavedeny 1895[26]). V roce 1930 jsme dostali $\mathbb{Z}$ pro čísla celá a o devět let později přišlo písmeno $\mathbb{C}$ pro čísla komplexní (ze všech nejspíše nejméně používané[43]).[26]

[42] Toto platí hlavně pro mezinárodní scénu. V České republice používáme častěji nezdvojenou notaci.
[43] Je důležité zmínit, že toto nejsou všechny číselné obory. O dalších se můžete dočíst v článku [Glossary of mathematical symbols – Wikipedia]

4 LaTeX *[latech]*

Digitální doba přinesla v oblasti matematického zápisu významný pokrok a inovace. Jedním z nejrozšířenějších nástrojů pro vytváření, formátování a prezentaci matematických výrazů a symbolů v digitálním prostředí je LaTeX. Cílem této kapitoly je proniknout do konceptu digitální notace se zaměřením na LaTeX, prozkoumat jeho vznik, funkce a výhody.

4.1 Původ a účel LaTeXu

LaTeX je systém pro zápis vytvořený Leslie Lamportem na počátku 80. let 20. století[29]. Je postaven na písmolijectví TeX, které navrhl Donald Knuth s cílem vytvářet dokumenty profesionální kvality, které dodržují nejvyšší typografické standardy.[28] LaTeX byl speciálně navržen pro zpracování složitých matematických zápisů a měl autorům usnadnit vytváření dobře formátovaných dokumentů, zejména těch, které obsahují značné množství matematických symbolů a výrazů.

4.2 Vlastnosti LaTeXu

LaTeX je v podstatě značkovací jazyk, který uživatelům umožňuje vytvářet dokumenty s vysokou úrovní kontroly nad formátováním a prezentací. Mezi jeho klíčové vlastnosti patří např.:

a. Syntaxe založená na příkazech: LaTeX používá řadu příkazů k definování prvků v dokumentu. Příkazy obvykle začínají zpětným lomítkem (\), za kterým následuje název příkazu a volitelné parametry uzavřené primárně ve složených závorkách. Například $\sqrt{2}$ jde v LaTeXu zapsat jako `\sqrt{2}`.
b. Modulární struktura: Dokumenty LaTeXu jsou uspořádány do logických jednotek nazývaných prostředí, které jsou definovány pomocí dvojice příkazů (`\begin` a `\end`). Tato modulární struktura umožňuje lepší organizaci a snadnější správu složitých dokumentů.
c. Balíčky a makra: Uživatelé mohou vytvářet vlastní makra nebo importovat existující balíčky a rozšiřovat tak funkčnost LaTeXu, díky čemuž je vysoce

přizpůsobitelný různým potřebám. Toto umožňuje uživatelům LaTeXu zapisovat nejen matematiku, ale i složité chemické sloučeniny[44] nebo elektrické obvody[45].

d. Správa bibliografie: LaTeX nabízí účinné nástroje pro správu bibliografických odkazů a citací, včetně systémů BibTeX a BibLaTeX.[27]

4.3 Výhody použití LaTeXu pro matematický zápis

LaTeX nabízí oproti tradičním textovým procesorům několik výhod, pokud jde o práci s matematickým zápisem:

a. Přesnost a konzistence: Syntaxe LaTeXu založená na příkazech umožňuje přesnou a konzistentní kontrolu nad formátováním a prezentací matematických výrazů. Zápisová syntaxe LaTeXu je zabudována v mnoha populárních online nástrojích, a proto není nutné se učit pro každé prostředí nový "jazyk".
b. Profesionální vzhled: LaTeX vytváří vysoce kvalitní výstupy, které splňují přísné typografické standardy profesionálních publikací.
c. Škálovatelnost: Dokumenty LaTeXu lze snadno převádět do různých formátů, jako jsou PDF, HTML a XML, což usnadňuje sdílení a publikování práce.
d. Spolupráce: Soubory LaTeX jsou prosté textové dokumenty, což zjednodušuje spolupráci a kontrolu revizí.

---

[44] K těm jednodušším slouží balíček `mhchem` a k těm složitějším balíček `chemfig` (mimo jiné)

[45] Dokumentaci k balíčku `circuitikz`, který slouží k zápisu elektrických obvodů, lze najít zde: CircuiTikZ 1.6.1 – manual

5 Závěr

V průběhu této práce jsme se zaměřili na matematickou notaci jako univerzální jazyk, který je základním prvkem vědy a inženýrství. Prozkoumali jsme historii matematických značek, dostali jsme se i k jejich kategorizaci a analýze. Dále jsme se zabývali digitálním zpracováním matematické notace a jejím nynějším šířením.

Historie matematických značek nám ukázala, že matematická notace má hluboké kořeny, které sahají až do starověkých civilizací. V průběhu staletí se matematická notace vyvíjela a zpřesňovala, což vedlo k její dnešní formě, která je celosvětově univerzální a exaktní.

Kategorizace matematických značek nám poskytla ucelený přehled o různých typech symbolů, které se používají v matematickém zápisu. Ukázalo se, že matematická notace je velmi rozmanitá, ale zároveň logicky uspořádaná a ucelená.

Analýza vybraných matematických značek přinesla vhled do důležitých konceptů, které formují základy matematiky a vědy. Zdůraznila také, jakým způsobem matematická notace zjednodušuje a zefektivňuje komunikaci vědeckých a matematických myšlenek.

Digitální zpracování matematické notace a její distribuce prostřednictvím moderních médií umožňuje rychlejší a efektivnější přenos informací. To má zásadní dopad na vývoj vědy, technologií a celkového pokroku lidské civilizace.

V konečném důsledku je matematická notace základním kamenem vědecké komunikace a hraje klíčovou roli ve všech oborech, které využívají matematiku. Porozumění a zvládnutí matematické notace je tedy nezbytné pro úspěch ve vědeckých a inženýrských disciplínách. Osobně doufám, že tato práce poskytla čtenáři ucelený a zajímavý vhled do světa matematických značek a jejich významu pro komunikaci a pokrok v různých oblastech lidského poznání.

5.1 Budoucnost značení matematiky

Podle mých pozorování nebude v budoucnu velká potřeba symboly měnit nebo k nim přidávat. Možná se v oboru matematiky objeví nějaká zcela nezmapovaná věda, které koncepty si nedokážeme ani představit, ale myslím si, že pokud budeme do naší matematické sady značky přidávat, bude to proto, že budeme potřebovat velmi komplexní koncepty abstrahovat (stejně jako jsme abstrahovali násobení ze sčítání a mocnění z násobení).

5.2 Další čtení

Při psaní této práce jsem narazil na mnoho různých témat, na které už v ní nebyl prostor. Zde je z nich výtažek:

- **Polský zápis**: alternativní metoda zapisování matematických výrazů. Článek na anglické Wikipedii, Polish notation, o něm referuje do hloubky.
- Různá nekonečna: při psaní o symbolu ∞ jsem narazil na video od Michaela Stevense, How To Count Past Infinity, ve kterém vysvětluje různé typy nekonečen. Ve videu The Banach–Tarski Paradox o nich mluví dále.
- Kniha *A History of Mathematical Notations* od Floriána Cajoriho, která v tomto oboru slouží jako jedna z těch klíčových, je zdroj s mnohem více symboly a jejich původy.
- Matematická logika: vědní disciplína, která stojí na podstatě matematiky a zdůvodňuje její základní pravidla. Symbolická logika (která s matematickou logikou úzce souvisí), zmíněná v odstavci o knize *Principia Mathematica*, má podle mého svou krásu a kromě toho, že je celá dostupná online, je i hezky shrnutá v podkapitole videa od Dereka Mullera, Math's Fundamental Flaw.
- Povídání o čínském zapisování čísel bylo enormně zkráceno. Na anglické Wikipedii je o něm rozsáhlý článek: Chinese numerals – Wikipedia.
- V kapitole o Indii v synkopické fázi je zmínka o začátcích hindsko-arabských číslic. Ideálně by toho o nich zde bylo více, ale moc hezký článek o něm má česká Wikipedie: Hindsko-arabská číselná soustava.

5.3 Poděkování

Na závěr bych taky chtěl vyjádřit můj osobní dík následujícím lidem, bez kterých by v této podobě práce nevznikla:

- panu **Bc. Adriánovi Majorosovi** – vedoucímu práce, který poskytl neocenitelné množství zpětné vazby a nápadů (je tu podle jednoho z jeho nápadů i celá kapitola, Podobnosti se symboly teorie množin)

- **Floriánu Cajorimu** a jeho dílům mapujícím vznik a zánik všemožných matematických symbolů
    - také **Jeffu Millerovi** za zmapování jeho děl a jejich obohacení o moderní pochopitelnost. Pan Miller vytvořil portál pro Univerzitu St. Andrews ve Skotsku, která sloužila jako primární zdroj mé práce.
- panu **Dereku Alexandru Mullerovi, Michaelovi Davidovi Stevensovi** a panu **Danielovi Ivanovi Flaigovi** za nadchnutí do problematiky.
- paní **Mgr. Jindře Glogrové** za poskytnutí nápadů ke zpracovaným tématům práce.
- paní **MUDr. Radce Troníčkové** za hledání těch slov, která mi z práce vypadávala a také za neustálou podporu.

6 Seznam použitých informačních zdrojů

1. Latinka. (7. 11. 2022). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 12:07, 11. 02. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Latinka&oldid=21849674.
2. Miller, J. (n.d.). *Earliest Uses of Various Mathematical Symbols*. Maths History; School of Mathematics and Statistics University of St Andrews, Scotland. Retrieved April 16, 2023, from https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Miller/mathsym/
3. Wikipedia contributors. (2023, February 10). History of mathematical notation. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 08:43, April 11, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=History_of_mathematical_notation&oldid=1138568632
4. Wikipedia contributors. (2023, March 16). Roman numerals. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 15:20, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Roman_numerals&oldid=1144895332
5. Wikipedia Contributors. (2019, September 18). Ancient Egyptian mathematics. Wikipedia; Wikimedia Foundation. https://en.wikipedia.org/wiki/Ancient_Egyptian_mathematics
6. Wikipedia contributors. (2023, March 27). Glossary of mathematical symbols. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 19:17, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Glossary_of_mathematical_symbols&oldid=1146912113
7. Wikipedia contributors. (2023, April 9). Timeline of mathematics. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 19:18, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Timeline_of_mathematics&oldid=1148958986
8. Wikipedia contributors. (2023, April 5). Tally marks. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 19:19, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Tally_marks&oldid=1148299491

9. Matematika. (19. 11. 2022). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 19:20, 9. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Matematika&oldid=21909601.
10. Sklářová, E. (2009). Historie matematiky ve vztahu k vyučování matematiky na 2. stupni ZŠ. *Pedagogická Fakulta Masarykovy Univerzity*. https://is.muni.cz/th/gzc4v/diplomova_prace_sklarova.pdf
11. O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (2000, prosinec). *Babylonian numerals*. Maths History. https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Babylonian_numerals/
12. Wikipedia contributors. (2022, November 19). Babylonian cuneiform numerals. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 21:13, March 13, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Babylonian_cuneiform_numerals&oldid=1122741956
13. O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (2000, prosinec). *Egyptian numerals*. Maths History. https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Egyptian_numerals/
14. Wikipedia contributors. (2023, April 1). Rounding. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 18:29, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Rounding&oldid=1147749195
15. https://archive.org/details/historyofmathema031756mbp/page/n267/mode/2up
16. Wikipedia contributors. (2023, April 4). 0. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 15:11, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=0&oldid=1148210764
17. Arndt, G. (2021, May 29). *The History of Mathematical Symbols*. Everything Everywhere. https://everything-everywhere.com/the-history-of-mathematical-symbols/
18. Miller, J. (n.d.). *Earliest Uses of Symbols of Operation*. Maths History; University of St Andrews. Retrieved April 9, 2023, from https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Miller/mathsym/operation/

19. *Minus Symbol – All Math Symbols*. (n.d.). All Math Symbols. Retrieved April 9, 2023, from https://allmathsymbols.com/minus-symbol/#:~:text=The%20minus%20sign%20didn%E2%80%99t%20have%20any%20origin%20since

20. *Wikipedia contributors. (2023, February 14)*. Division sign. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 15:56, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Division_sign&oldid=1139398210

21. Křížek (znak úmrtí). (9. 09. 2022). Wikipedie: Otevřená encyklopedie. Získáno 15:58, 9. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=K%C5%99%C3%AD%C5%BEek_(znak_%C3%BAmrt%C3%AD)&oldid=21660326.

22. Wikipedia contributors. (2023, April 9). Slash (punctuation). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 16:23, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Slash_(punctuation)&oldid=1149001407.

23. Bazický bod. (20. 05. 2022). Wikipedie: Otevřená encyklopedie. Získáno 16:21, 9. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/wiki/Bazick%C3%BD_bod.

24. Miller, J. (n.d.). *Earliest Uses of Symbols of Relation*. Maths History; University of St Andrews. Retrieved April 9, 2023, from https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Miller/mathsym/relation/

25. Matematické symboly a značky. (7. 02. 2023). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 17:34, 9. 04. 2023 z

https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Matematick%C3%A9_symboly_a_zna%C4%8Dky&oldid=22422578.

26. Wikipedia contributors. (2023, March 5). Table of mathematical symbols by introduction date. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 18:02, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Table_of_mathematical_symbols_by_introduction_date&oldid=1143096798
27. *Bibliography management with biblatex*. (n.d.). Overleaf. Retrieved April 9, 2023, from https://cs.overleaf.com/learn/latex/Bibliography_management_with_biblatex
28. Wikipedia contributors. (2023, March 29). TeX. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 19:00, April 9, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=TeX&oldid=1147287358
29. LaTeX. (21. 02. 2021). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 19:01, 9. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=LaTeX&oldid=19512927.
30. Conifold, & Brother, B. (2022, August 6). *mathematics – What is the origin of the negation (¬) operator from logic?* History of Science and Mathematics Stack Exchange. https://hsm.stackexchange.com/a/14661
31. Miller, J. (n.d.). *Earliest Uses of Symbols of Set Theory and Logic*. Maths History; University of St Andrews. Retrieved April 9, 2023, from https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Miller/mathsym/set/
32. Wikipedia contributors. (2023, April 12). List of logic symbols. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 09:09, April 15, 2023, from

https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List_of_logic_symbols&oldid=1149469874

33. *11 things you never knew about mathematical symbols*. (2021, July 30). Mathematics; University of Waterloo. https://uwaterloo.ca/math/eleven-things-math-symbols
34. Lista symboli matematycznych. (2023, marzec 26). *Wikipedia, wolna encyklopedia*. Dostęp 09:35, kwiecień 15, 2023, Dostępny w Internecie: https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Lista_symboli_matematycznych&oldid=69961529
35. Whitehead, A. N., & Russell, B. (2005). *Principia mathematica, by Alfred North Whitehead ... and Bertrand Russell.* (p. 86). Ann Arbor, Michigan: University of Michigan Library. https://quod.lib.umich.edu/u/umhistmath/aat3201.0002.001 (Original work published 1910)
36. Veritasium. (2021, May 22). *This is Math's Fatal Flaw*. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=HeQX2HjkcNo
37. Miller, J. (n.d.). *Earliest Uses of Symbols in Probability and Statistics*. Maths History; University of St Andrews. Retrieved April 9, 2023, from https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Miller/mathsym/stat/
38. Wikipedia contributors. (2023, February 18). Therefore sign. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 06:50, February 18, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Therefore_sign&oldid=1140063065

39. *Infinity Symbol and Roman Numerals*. (n.d.). Roman Numerals. Retrieved April 15, 2023, from https://www.romannumerals.org/blog/infinity-symbol-and-roman-numerals-2
40. *Why is infinity an 8? – WittyQuestion.com*. (2020, November 26). WITTYQUESTION.com. https://witty-question.com/why-is-infinity-an-8/
41. *Seznam často užívaných symbolů*. (n.d.). Mendelu.cz; Mendelova univerzita v Brně. Retrieved April 15, 2023, from https://is.mendelu.cz/eknihovna/opory/zobraz_cast.pl?cast=9110
42. Rudin, W. (1976). *Principles of Mathematical Analysis* (3rd ed.). McGraw-Hill. ISBN 978-0-07-054235-8.
43. Pí (číslo). (28. 03. 2023). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 09:38, 16. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=P%C3%AD_(%C4%8D%C3%ADslo)&oldid=22583512.
44. Miller, J. (n.d.). *Earliest Uses of Symbols for Constants*. Maths History; University of St Andrews. Retrieved April 9, 2023, from https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Miller/mathsym/constants/
45. Eulerovo číslo. (23. 02. 2023). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 09:42, 16. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Eulerovo_%C4%8D%C3%ADslo&oldid=22485298.
46. Zlatý řez. (28. 02. 2023). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 09:53, 16. 04. 2023 z

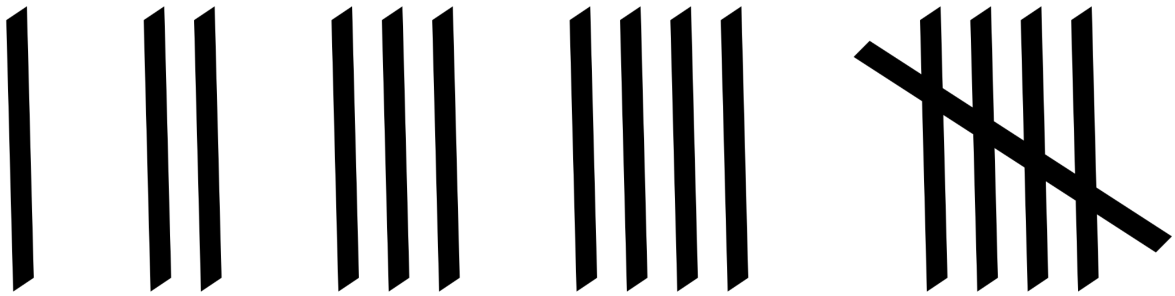
https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Zlat%C3%BD_%C5%99ez&oldid=22502229.

47. Lineární písmo A. (17. 10. 2021). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 10:36, 16. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Line%C3%A1rn%C3%AD_p%C3%ADsmo_A&oldid=20554096.
48. Lineární písmo B. (2. 12. 2021). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 10:36, 16. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Line%C3%A1rn%C3%AD_p%C3%ADsmo_B&oldid=20690040.
49. Alegsa, L. (2021, June 21). *Řecké číslice*. AlegsaOnline.com. Retrieved April 16, 2023, from https://cs.alegsaonline.com/art/40638
50. Yolkowski, J. (2014, September 15). *Greek Ionic Numerals*. Math Lair. Retrieved April 16, 2023, from https://mathlair.allfunandgames.ca/ionic.php
51. Wikipedia contributors. (2023, January 27). Greek numerals. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 12:23, April 16, 2023, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Greek_numerals&oldid=1135872001
52. Britannica, T. Editors of Encyclopaedia (n. d.). *Song dynasty*. *Encyclopedia Britannica*. https://www.britannica.com/topic/Song-dynasty
53. Florian Cajori. (2013). *A history of mathematical notations* (p. 267). Dover Publications, Inc. https://monoskop.org/images/2/21/Cajori_Florian_A_History_of_Mathematical_Notations_2_Vols.pdf (Original work published 1928)

54. Al-Chorezmí. (24. 01. 2023). *Wikipedie: Otevřená encyklopedie*. Získáno 16:29, 17. 04. 2023 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Al-Chorezm%C3%AD&oldid=22377040.

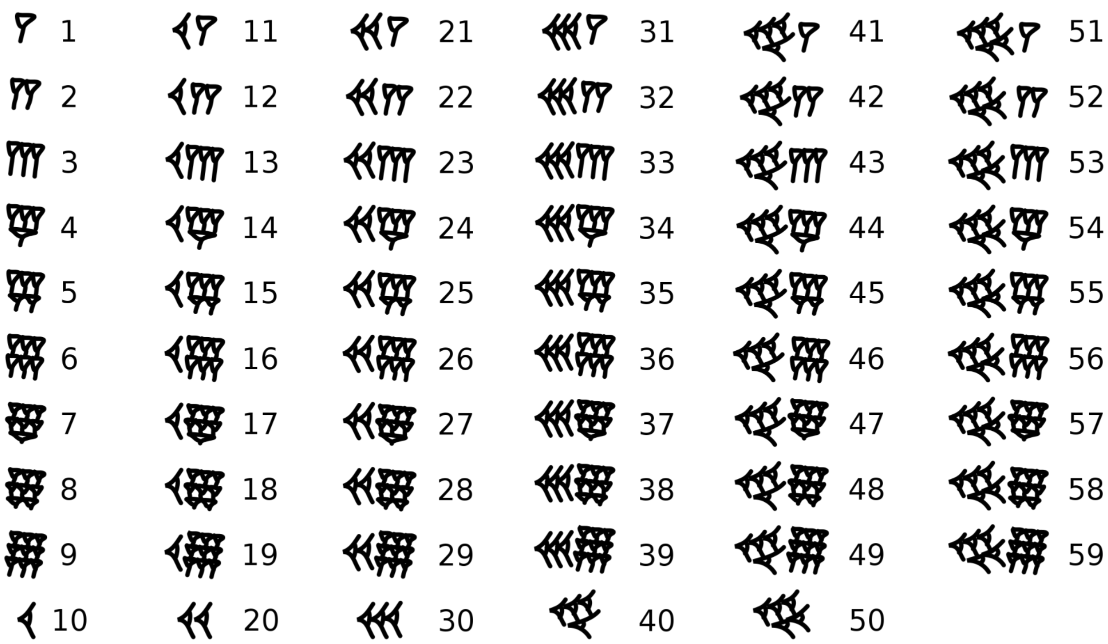
7 Seznam příloh

Příloha 1 – Počítací značky



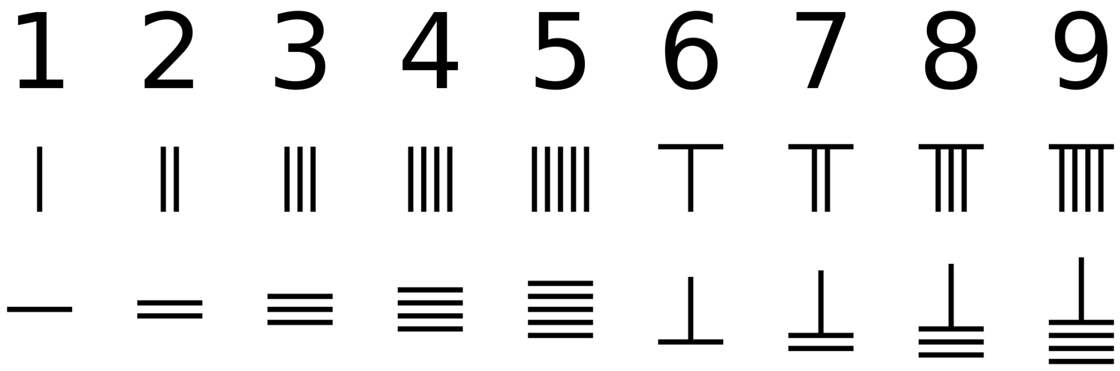
Benjamin D. Esham, Public domain, prostřednictvím Wikimedia Commons

Příloha 2 – Sexagesimální soustava používaná v Mezopotámii



Josell7, CC BY-SA 4.0, prostřednictvím Wikimedia Commons

Příloha 3 – Čínské tyčové číslice



By cmglee – Own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=66097284